FOLIA FORESTALIA POLONICA

Seria B, zeszyt 13, 1979

DRGANIA WYMUSZONE I DRGANIA REZONANSOWE PŁASKICH PIŁ TARCZOWYCH DO CIĘCIA DREWNA

Antoni Strzelecki

Zakład Fizyki SGGW-AR w Warszawie

Synopsis. Badano różne rodzaje drgań rezonansowych płaskich pił tarczowych do cięcia drewna oraz wpływ różnych czynników na amplitudę drgań. Rozpatrzono również wpływ różnicy temperatur wzdłuż promienia piły na częstość drgań własnych i obroty rezonansowe.

WSTĘP

Drgania wymuszone, występujące między innymi również podczas pracy piłami tarczowymi, spowodowane są siłami działającymi na zęby piły. Ten rodzaj drgań jest stosunkowo mało zbadany, mało jest też prac na ten temat [4, 47, 48]. Drgania wymuszone występujące w pewnych zakresach obrotów [15, 45], nazywanych obrotami rezonansowymi, określone są mianem rezonansowych. Z obrotami rezonansowymi mamy do czynienia wtedy, gdy częstość podstawowa wirującej piły tarczowej $f_n = n/60$ Hz lub gdy wielkorotność tej częstości jest równa lub zbliżona liczbowo do jednej z częstości drgań własnych rozpatrywanej piły. Ponieważ każda piła ma wiele częstości drgań własnych, stąd przy zwiększaniu liczby obrotów, np. od 0 do n (przy założeniu, że n jest dostatecznie duże) lub przy zmniejszaniu od n do 0, przechodzi ona przez kilka zakresów obrotów rezonansowych.

Szczególnym przypadkiem obrotów rezonansowych są tzw. obroty krytyczne [16, 30, 37, 40, 46, 55], charakteryzujące się dużą amplitudą drgań. Są to obroty bardzo niebezpieczne i nie powinny być stosowane w praktyce. Stąd też już przy konstruowaniu narzędzia powinno się tak dobierać poszczególne elementy, aby zapewnić pile obroty poniżej zaksesu obrotów krytycznych. Stosowanie obrotów większych od tego zakresu jest niekorzystne, gdyż wówczas przy każdym włączeniu i wyłączeniu piła tarczowa przechodzi przez zakresy obrotów krytycznych, a ponadto pod wpływem obciążenia wirująca piła może zmniejszyć swoje obroty i znaleźć

się w zakresie drgań rezonansowych. Drgania rezonansowe są niebezpieczne dla obsługi, powodują niszczenie wirujących części, są źródłem dużego nasilenia hałasu [6, 24, 25, 26, 44]. Ograniczenie występowania tych drgań przyczynia się nie tylko do obniżenia poziomu hałasu wirującej piły tarczowej, ale ma również korzystne znaczenie technologiczne [10, 12, 13].

Na temat drgań rezonansowych opublikowano szereg prac, jednakże największe znaczenie dla omawianego zagadnienia mają prace: Pahlitzscha [27-29, 31-33], Stachijewa [37, 40] oraz Mote'a [19, 51].

Celem niniejszej pracy jest kompleksowe ujęcie zagadnienia drgań pił tarczowych, ze szczególnym uwzględnieniem drgań przy nierównomiernym nagrzewaniu piły. Nierównomierne nagrzanie piły występuje podczas cięcia, stąd duże znaczenie praktyczne podjętego tematu.

I. DRGANIA WYMUSZONE I DRGANIA REZONANSOWE PRZY JEDNAKOWEJ TEMPERATURZE WE WSZYSTKICH PUNKTACH PIŁY

1. WPROWADZENIE

Statyczne drgania piły. Rozpatrując piłę w spoczynku (prędkość obrotowa piły $n = 0$), bierzemy pod uwagę pewien bardzo mały element piły. Rozwiązując równanie różniczkowe drgań tłumionych dla tego elementu przy założeniu, że siła wymuszająca drgania $F(t)$ jest funkcją okresową[1], otrzymamy w stanie ustalonym (po pewnym czasie) następujące wyrażenie na jego wychylenie w kierunku prostopadłym do płaszczyzny piły dla i-tej składowej drgań [14].

$$x_i = x_{oi} \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t + \varphi_i) \tag{1}$$

gdzie

$$x_{oi} = \frac{F_i}{k} \cdot \frac{x_i(r)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{i\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{ci\omega}{k}\right)^2}} \tag{2}$$

jest amplitudą drgań wymuszonych rozważanej składowej,
$\omega = 2\pi f$ — częstość kołowa siły wymuszającej drgania,
t — czas,
k — stała sprężystości stali, z jakiej wykonana jest piła,
c — współczynnik tłumienia drgań,
i — 0, 1, 2, 3 ... oznacza wskaźnik składowej drgań,

[1] Należy zaznaczyć, że siła wymuszająca drgania przy cięciu jest funkcją okresową z częstością $f_z = z \cdot n/60$ (n-prędkość obrotowa piły w obr/min, z — liczba zębów piły).

$x_i(r)$ — jest funkcją zależną od odległości rozpatrywanego elementu piły od jej środka, stanowi ona poprawkę do rozwiązania równania różniczkowego drgań wymuszonych uwzględniającą zależność amplitudy drgań piły od odległości od jej środka,

F_i — amplituda *i-tej* składowej siły wymuszającej drgania $F(t)$ w rozwinięciu na szereg Fouriera

$$F(t) = F_o + \sum_{i=1}^{\infty} F_i \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t + \delta_i)$$

φ_i, δ_i — stałe fazowe,

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_s$ — statyczna częstość kołowa drgań własnych piły,

f_s — statyczna częstość drgań własnych piły.

Wychylenie wypadkowe $x(t)$ wybranego elementu piły wyrazi się wzorem

$$x(t) = \frac{F_o}{k} + \sum_{i=1}^{\infty} x_{oi} \cdot \cos(i \cdot \omega \cdot t + \varphi_i)$$

Przypadek rezonansu bardzo małych wartości współczynnika tłumienia c wystąpi wtedy, gdy spełniony zostanie warunek

$$i \cdot \omega = \omega_o \tag{3}$$

Na pile powstanie wtedy fala stojąca, której amplituda drgań (rezonansowych) zgodnie z równaniem (2) osiągnie maksimum i wyrazi się wzorem

$$x_{oi} = \frac{x_i(r) \cdot F_i}{2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot c} \tag{4}$$

Ponieważ statyczna częstość drgań własnych piły zgodnie z badaniami [36, 37, 47, 54] daje sie przedstawić za pomocą następującego wzoru

$$f_s = \xi_N(\varrho) \cdot \frac{s}{D^2} \tag{5a}$$

gdzie

s — grubość piły,

D — średnica brzeszczotu piły (średnica bez zębów),

$\varrho = \dfrac{D_o}{D}$,

D_o — średnica kołnierzy zaciskowych,

$$\xi_N(\varrho) = \varkappa_N(\varrho) \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{E}{3 \cdot d \cdot (1-\nu^2)}} \tag{5b}$$

to równanie (4) na amplitudę drgań rezonansowych przyjmie postać

$$x_{oi} = \frac{F_i \cdot D^2 \cdot x_i(r)}{2 \cdot s \cdot c \cdot \varkappa_N(\varrho)} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot d \cdot (1-\nu^2)}{E}} \tag{6}$$

gdzie

E — moduł Younga (dla badanych pił $E = 215 \cdot 10^4$ kG/cm²),

d — gęstość $\left(\text{dla badanych pił } d = 795 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kG} \cdot \text{s}^2}{\text{cm}^4}\right)$,

ν — stała Poissona ($\nu = 0{,}3$),

$\varkappa_N(\varrho)$ — jest funkcją zależną od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły, formy drgań i wielkości naprężeń wewnętrznych (wstępnych) w pile.

Opierając się na wzorach przytoczonych w pracy Stachijewa [37] funkcję $\varkappa_N(\varrho)$ możemy przedstawić w następujący sposób

$$\varkappa_N(\varrho) = \sqrt{\varkappa_N^{\mathrm{I}}(\varrho) - 0{,}5 \cdot \left(\frac{\Delta s}{s}\right) \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \varkappa_N^{\mathrm{II}}(\varrho)} \tag{7}$$

$$\delta = \left(\frac{s}{D}\right)^2 \cdot \frac{1}{3 \cdot (1-\nu^2)}$$

$\varkappa_N^{\mathrm{I}}(\varrho)$ — jest funkcją zależną od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły i od formy drgań,

$\varkappa_N^{\mathrm{II}}(\varrho)$ — jest funkcją zależną od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły, od formy drgań i od naprężeń wewnętrznych (wstępnych) w pile,

$\frac{\Delta s}{s}$ — stopień wstępnego naprężenia określony stosunkiem strzałki ugięcia zmierzonej na średnicy koła równej średnicy kołnierzy zaciskowych do grubości piły.

Dla pił nie naprężonych wstępnie drugi człon we wzorze (7) jest równy zeru i $\varkappa_N(\varrho) = \sqrt{\varkappa_N^{\mathrm{I}}(\varrho)}$. Ponieważ badane piły wykazywały pewne nieznaczne naprężenia wstępne, to wpływ na częstości drgań własnych drugiego członu we wzorze (7) jest stosunkowo niewielki i praktycznie jednolity dla wszystkich pił — jak wykazały badania doświadczalne.

Uzyskane przez Stachijewa wyniki [37, 39, 40] wykazały, że funkcja $\varkappa_N^{\mathrm{II}}(\varrho)$ dla jednowęzłowej formy drgań $N = 1$ (N oznacza liczbę węzłów średnicowych powstałych na pile fali stojącej) jest funkcją dodatnią, a więc częstość drgań własnych jednowęzłowej formy drgań maleje wraz ze wzrostem wielkości naprężeń wewnętrznych (wstępnych) w pile. Natomiast dla wyższych od jednowęzłowej formy drgań rezonansowych $N > 1$ funkcja $\varkappa_N^{\mathrm{II}}(\varrho)$ jest funkcją ujemną, a więc ze wzrostem naprężeń wewnętrznych (wstępnych) w pile częstość drgań własnych wzrasta.

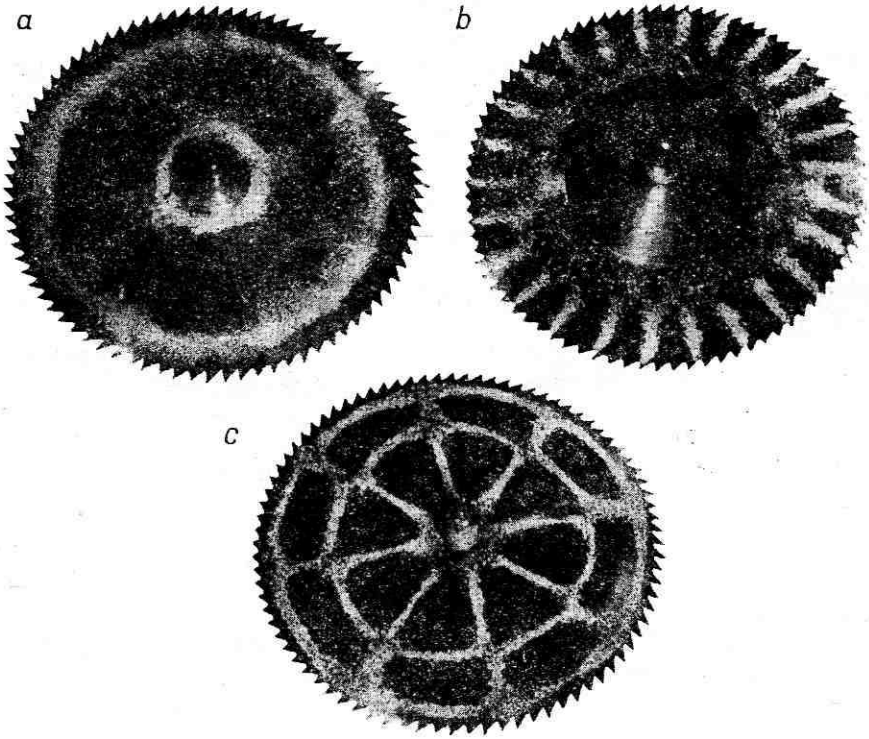
W piłach tarczowych mogą występować następujące rodzaje fal (drgań):

1) fale rozchodzące się wzdłuż promienia, tzw. fale symetryczne względem środka piły, którym w przypadku powstania fali stojącej na pile towarzyszą węzły kołowe, charakteryzujące się liczbą węzłów S (rys. 1*a*);

2) fale rozchodzące się po okręgach współśrodkowych z piłą, tzw. fale niesymetryczne, którym w przypadku powstania fali stojącej towarzyszą węzły średnicowe (układające się wzdłuż średnicy) charakteryzujące się liczbą węzłów N (rys. 1*b*) [34];

3) fale mieszane będące superpozycją fal symetrycznych i fal niesymetrycznych, którym w przypadku powstania fali stojącej towarzyszą węzły średnicowe N i węzły kołowe S (rys. 1*c*) [34].

Drgania rezonansowe pił tarczowych ze szczelinami kompensacyjnymi mają bardziej złożony charakter niż drgania rezonansowe pił bez szczelin, jednakże piły ze szczelinami kompensacyjnymi wykazują mniejszą amplitudę drgań rezonansowych niż odpowiednie piły bez szczelin.



Rys. 1. Rozkład węzłów i strzałek fal stojących, powstających na pile nr 3: *a* — dla fali symetrycznej przy $S = 1$, $N = 0$ i $\varrho = 0{,}192$; *b* — dla fali niesymetrycznej przy $N = 13$, $\varrho = 0{,}511$; *c* — dla fali mieszanej przy $N = 4$, $S = 2$ i $\varrho = 0{,}0745$. Charakterystykę badanych pił oznaczonych numerami 1-3 podano w pracy [47]

Drgania wirującej piły. W ruchu obrotowym wychylenie piły w kierunku poprzecznym spowodowane rozchodzeniem się fali niesymetrycznej można na podstawie opracowania Timoszenki [53] zapisać w postaci

$$x_N = x_{oN} \cdot \cos[(\omega_s \pm N \cdot \omega_n) \cdot t + \varphi_N] \tag{8a}$$

lub

$$x_N = x_{oN} \cdot \cos\left[N \cdot \left(\frac{\omega_s}{N} \pm \omega_n\right) \cdot t + \varphi_N\right] \tag{8b}$$

gdzie

x_{oN} — amplituda drgań zależna od odległości rozpatrywanego punktu od środka piły i od N,

$\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_{sn}$ — dynamiczna częstość kołowa drgań własnych piły,

f_{sn} — dynamiczna częstość drgań własnych piły (częstość drgań własnych piły wirującej),

$\omega_n = 2 \cdot \pi \cdot f_n$ — podstawowa częstość kołowa drgań piły,

$f_n = n/60$ — częstość podstawowa (najmniejsza) drgań piły w Hz,

n — prędkość obrotowa piły w obr./min,

φ_N — stała fazowa.

Znak $\pm$ we wzorach (8) oznacza, że fale niesymetryczne mogą rozchodzić się w dwóch przeciwnych kierunkach: zgodnym z kierunkiem wirowania piły i w kierunku przeciwnym. Względna prędkość kątowa przemieszczania się tych fal w układzie odniesienia sztywno związanym z wirującą piłą zgodnie z [53] wyraża się wzorem

$$\Theta = \frac{\omega_s}{N}$$

a prędkości bezwzględne w układzie odniesienia nieruchomym względem Ziemi wynoszą odpowiednio

$$\Theta_1 = \frac{\omega_s}{N} + \omega_n \tag{8c}$$

dla fal przemieszczających się w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania piły oraz

$$\Theta_2 = \frac{\omega_s}{N} - \omega_n \tag{8d}$$

dla fal poruszających się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania.

Częstości drgań fal, jak wynika ze wzoru (8a), wynoszą odpowiednio

$$f_1 = f_{sn} + N \cdot f_n \tag{9a}$$

$$f_2 = f_{sn} - N \cdot f_n \tag{9b}$$

Jak wynika z badań Campbella i Schenectady'ego [5] amplituda fal przemieszczających się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania jest nieco więk-

sza od amplitudy drgań fal poruszających się w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania. Dlatego szczególnie niebezpiecznymi drganiami są drgania wywołane przez rozchodzącą się falę w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania piły.

Przypadek rezonansu (powstanie fali stojącej na pile), jak wynika z równania (3), nastąpi wtedy, gdy wielokrotność częstości wymuszającej, którą w ruchu obrotowym jest częstość f_n, będzie równa częstości f_1 lub f_2

$$f_1 = i \cdot f_n \qquad i = 1, 2, 3 \ldots \tag{10a}$$

$$f_2 = Z \cdot f_n \qquad Z = 0, 1, 2 \ldots \tag{10b}$$

gdzie i, Z oznaczają numery harmonicznych częstości podstawowej f_n dla częstości f_1 i f_2.

Częstość f_n jest wynikiem niewyważenia części wirujących, niedokładnego ustawienia osi obrotu oraz odkształcenia i luzów łożyskowania wrzeciona. Podczas pracy piły należy jeszcze uwzględnić bodźce związane z pracą zębów, działające z częstością $f_z = z \cdot f_n$, gdzie z oznacza liczbę zębów piły. Pojedynczy ząb oddziaływa z częstością f_n. Podczas cięcia częstościami wymuszającymi drgania będą więc częstości f_n i f_z. Należy zatem obok równań (10a) i (10b) uwzględnić jeszcze dodatkowo następujące równania

$$f_1' = i \cdot f_z = i \cdot z \cdot f_n = z \cdot f_1 \tag{10c}$$

$$f_2' = Z \cdot f_z = Z \cdot z \cdot f_n = z \cdot f_2 \tag{10d}$$

Z równań (10) wynika, że rezonans spowodowany częstością wymuszającą f_z może wystąpić przy tej samej prędkości obrotowej n, co i rezonans spowodowany częstością wymuszającą f_n. W widmie drgań rezonansowych piły tarczowej podczas cięcia mogą występować równocześnie częstości f_1 i f_2, spowodowane częstością wymuszającą f_n, oraz częstości $f_1' = z \cdot f_1$ i $f_2' = z \cdot f_2$, spowodowane częstością wymuszającą f_z.

Wstawiając równania (9) do równań (10a) i (10b) po prostych przekształceniach otrzymamy

$$f_{sn} = (i-N) \cdot f_n = K_1 \cdot f_n, \text{ gdzie } K_1 = i-N \tag{11a}$$

$$f_{sn} = (Z+N) \cdot f_n = K_2 \cdot f_n, \text{ gdzie } K_2 = Z+N \tag{11b}$$

Z równań (11) wynika, że

$$K_1 = K_2 = K, \qquad K = \frac{Z+i}{2}$$

gdzie K_1, K_2, K oznaczają numer harmonicznej częstości podstawowej f_n dla częstości dynamicznej f_{sn}.

Zgodnie z wynikami badań Southwella [36], częstość f_{sn} można przedstawić za pomocą następującego wzoru

$$f_{sn} = \sqrt{f_s^2 + \lambda \cdot f_n^2} \tag{12}$$

gdzie λ jest współczynnikiem zależnym od formy drgań i od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły.

Podstawiając wzór (12) do równań (11a) i (11b) otrzymamy następujące wzory na obroty rezonansowe wirującej piły tarczowej (f_s w H_z)

$$n_{rN,i} = \frac{60 \cdot f_s}{\sqrt{(i-N)^2-\lambda}} \text{ obr/min} \tag{13a}$$

$$n_{rN,Z} = \frac{60 \cdot f_s}{\sqrt{(Z+N)^2-\lambda}} \text{ obr/min} \tag{13b}$$

Z wzorów (13a), (13b) i (11a), (11b) wynika, że $n_{rN,i} = n_{rN,Z}$. Przeprowadzona w pracy [43] analiza widmowa drgań wykazała, że w widmie drgań wirującej piły tarczowej występują zarówno częstości f_1, jak i częstości f_2, jednakże amplituda drgań o częstości f_2 jest dużo większa. Jest to zgodne z badaniami Campbella i Schenectady'ego [5], o czym wspomniano już wyżej. Z tego względu do obliczania obrotów rezonansowych będzie służył wzór (13b).

Szczególnie niebezpiecznymi obrotami rezonansowymi występującymi w praktyce produkcyjnej, jak wykazały badania [45. 46], są obroty przy $N = 1$, $Z = 1$, $N = 2$, $Z = 2$ oraz obroty rezonansowe $N = 3$, $Z = 0$. Według Stachijewa [38] najbardziej niebezpieczną formą drgań ze względu na utratę stabilności przez piłę są obroty rezonansowe $N = 2, 3, 4$; $Z = 0$.

Szczególnym przypadkiem obrotów rezonansowych są obroty krytyczne. Obrotami krytycznymi nazywa się takie obroty rezonansowe, dla których $Z = 0$, a $N = 2, 3, 4 \ldots$ Dla obrotów krytycznych wzór (13b) przyjmie postać

$$n_{kN} = \frac{60 \cdot f_s}{\sqrt{N^2-\lambda}} \text{ obr/min} \tag{13c}$$

Obroty krytyczne dla $N = 1$ nie mogą powstać, gdyż $\lambda > 1$.

Wzór (13b), służący do obliczenia obrotów rezonansowych, po uwzględnieniu wzoru (5a) przyjmie następującą postać

$$n_{rN,Z} = \xi_{N,Z}(\varrho) \cdot \frac{s}{D^2} \tag{14a}$$

gdzie

$$\xi_{N,Z}(\varrho) = \frac{60 \cdot \xi_N(\varrho)}{\sqrt{(Z+N)^2-\lambda}} \tag{14b}$$

Współczynnik określony wzorem (14b) został wyznaczony doświadczalnie i przedstawiony graficznie w pracy [46] dla czterech form drgań rezonansowych występujących w praktyce $N = 1$, $Z = 1$; $N = 1$, $Z = 2$; $N = 1$, $Z = 3$; $N = 3$, $Z = 0$. Będzie on wyrażony w $\text{cm} \cdot \text{min}^{-1}$, jeżeli $\xi_N(\varrho)$ wyrazimy w $\text{Hz} \cdot \text{cm}$.

Wyprowadzone zależności w niniejszej pracy są słuszne nie tylko dla drgań rezonansowych niesymetrycznych, ale również dla drgań rezonansowych symetrycznych i mieszanych z tym zastrzeżeniem, że zamiast współczynników: λ, $\varkappa_N(\varrho)$, $\xi_N(\varrho)$, $\xi_{N,Z}(\varrho)$ wprowadzonych dla drgań niesymetrycznych należy do odpowiednich wzorów wstawić współczynniki: $\lambda_{N,S}$, $\varkappa_{N,S}(\varrho)$, $\xi_{N,S}(\varrho)$, $\xi_{N,S,Z}(\varrho)$ odnoszące się do drgań symetrycznych i mieszanych; np. wzór (5a) dla tego przypadku przyjmie postać

$$f_{sS} = \xi_{N,S}(\varrho)\cdot\frac{s}{D^2}$$

gdzie

$$\xi_{N,S}(\varrho) = \varkappa_{N,S}(\varrho)\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{E}{3d\cdot(1-\nu^2)}}$$

a wzór (12) możemy zapisać w następującej postaci

$$f_{snS} = \sqrt{f_{sS}^2+\lambda_{N,S}\cdot f_n^2}$$

gdzie f_{sS} i f_{snS} oznaczają odpowiednio statyczną i dynamiczną częstość drgań własnych symetrycznych i mieszanych.

Poszczególne składowe drgań wirującej piły tarczowej możemy traktować jako drgania harmoniczne z siłą wymuszającą F_N zmienną sinusoidalnie. Siła F_N jest składową wypadkowej siły $F(t)$ wymuszającej drgania w rozwinięciu na szereg Fouriera. Amplituda drgań składowych niesymetrycznych wybranego bardzo małego elementu piły, jak wynika z wzorów: (2), (8), (9) i (10), daje się przedstawić za pomocą następującego równania

$$x_{oN} = \frac{x_N(r)\cdot F_N}{k\cdot\sqrt{\left[1-\left(\frac{Z\cdot\omega_n}{\omega_s\pm N\cdot\omega_n}\right)^2\right]^2+\left(\frac{c\cdot Z\cdot\omega_n}{k}\right)^2}}$$

gdzie $x_N(r)$ jest funkcją zależną od odległości rozpatrywanego elementu piły od środka piły.

Dla drgań rezonansowych, dla bardzo małych wartości współczynnika c, jak wynika z wzorów (9b) i (10b) wzór na amplitudę drgań przyjmie postać

$$x_{oN} = \frac{x_N(r)\cdot F_N}{c\cdot(\omega_s\pm N\cdot\omega_n)}$$

Znak + w tych wzorach odnosi się do fal rozchodzących się w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania piły, a znak — dotyczy fal rozchodzących się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania piły. Z ostatnich wzorów wynika, że amplituda drgań fal poruszających się w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania piły jest większa niż amplituda drgań fal poruszających się w kierunku wirowania piły. Wniosek ten jest zgodny z wynikami badań doświadczalnych Campbella i Schenectady'ego [5].

Z wzorów na amplitudę drgań wirujących piły tarczowej wynikają następujące wnioski (zgodne z cytowanymi badaniami doświadczalnymi).

1. Amplituda drgań wirującej piły tarczowej zależy od jej prędkości obrotowej. Zależność ta jest zgodna z wynikami badań przedstawionych w pracach [10, 46].

2. Prędkość obrotową wirującej piły tarczowej należy dobierać tak, aby nie zawierała się ona w żadnym zakresie obrotów rezonansowych. Piła wiruje wtedy stabilnie w określonej płaszczyznie równowagi o możliwie najmniejszej amplitudzie drgań. Jej obroty są wtedy optymalne. Jednakże spełnienie wymienionego warunku na obroty optymalne piły wymaga znajomości wszystkich częstości drgań własnych piły w interesującym nas zakresie częstości. Wyprowadzenie odpowiednich zależności na drodze teoretycznych rozważań i badań doświadczalnych, które pozwalałyby wyznaczać częstości drgań własnych pił tarczowych dla każdego stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły, jest głównym celem niniejszej pracy.

3. Zmniejszenia amplitudy drgań wirującej piły tarczowej można również dokonać przez:

a) zmniejszenie siły wymuszającej drgania — w wyniku dokładnego wyważenia wirujących elementów, w tym i piły oraz doboru odpowiedniego kształtu zębów piły; ostre zęby piły również poważnie zmniejszają siłę wymuszającą drgania; na siłę wymuszającą drgania mają wpływ też takie czynniki jak: prędkość cięcia, wielkość posuwu na jeden ząb oraz rodzaj i grubość piłowanego materiału [4, 13, 17];

b) dobór odpowiednich własności sprężystych materiału, z jakiego zrobiona jest piła, i wielkości wstępnych naprężeń w pile [12, 40];

c) zwiększenie wartości współczynnika tłumienia drgań; zagadnienie to rozpatrywane było między innymi w pracach [24-26, 43, 44].

4. Amplituda drgań wirującej piły tarczowej zależy od jej średnicy i grubości. Ze wzrostem średnicy amplituda drgań wzrasta [43], ze wzrostem grubości (przy stałej wartości innych czynników) — maleje [17].

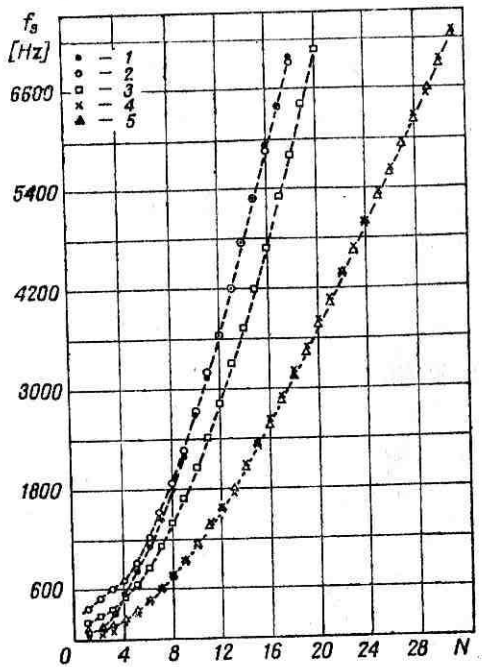
5. Amplituda drgań piły tarczowej maleje ze wzrostem wielkości kołnierzy zaciskowych [43].

2. WYNIKI BADAŃ

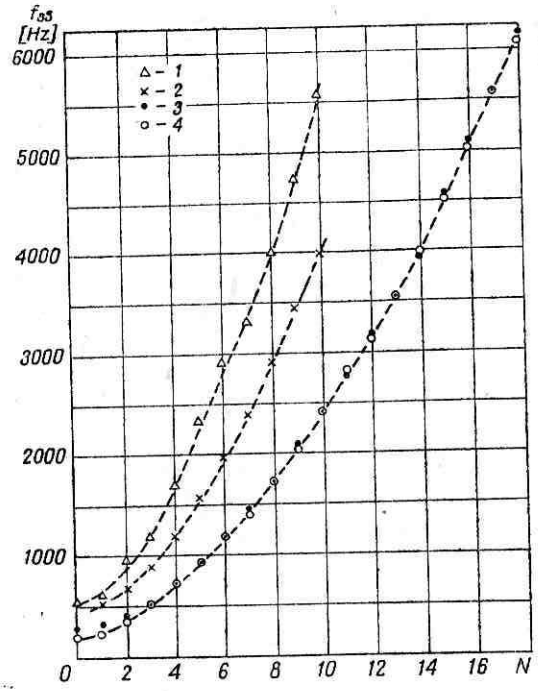
Metodyka oraz wyniki badań doświadczalnych, na których podstawie sporządzono wykresy, zostały opublikowane w pracy [47]. Wyniki te opracowano metodą najmniejszych kwadratów [18] i przedstawiono graficznie na rysunkach 2-6.

Rysunki 2-4 przedstawiają zależność statycznej części drgań własnych piły od liczby węzłów fali stojącej dla różnych przypadków drgań niesymetrycznych i mieszanych.

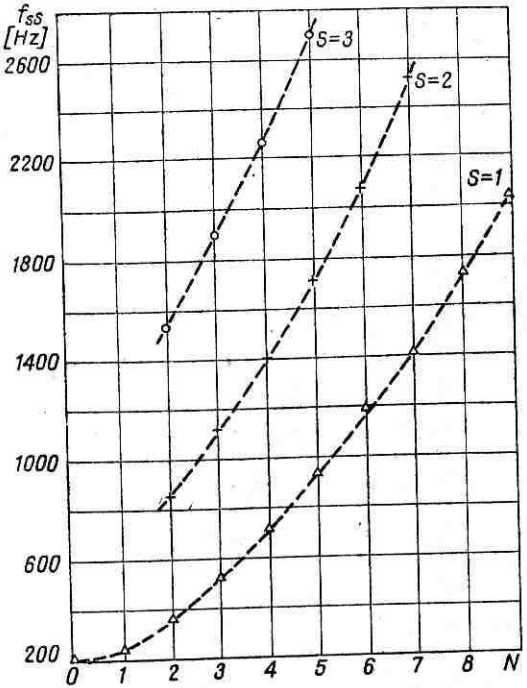
Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono $\xi_N(\varrho)$ i $\xi_{N,S}(\varrho)$ w funkcji stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły dla różnych form drgań rezonansowych. Za pomocą tych wykresów oraz wzoru (5a) możemy obliczać częstości



Rys. 2. Zależność statycznej częstości drgań własnych niesymetrycznych f_s od liczby węzłów N powstałej na pile fali stojącej: *1* — $\varrho = 0{,}126$, *2* — $\varrho = 0{,}650$, *3* — $\varrho = 0{,}578$, *4* — $\varrho = 0{,}192$, *5* — $\varrho = 0{,}511$ (*1*, *2*-piła nr 1, *3*-piła nr 2, *4*,*5*-piła nr 3)

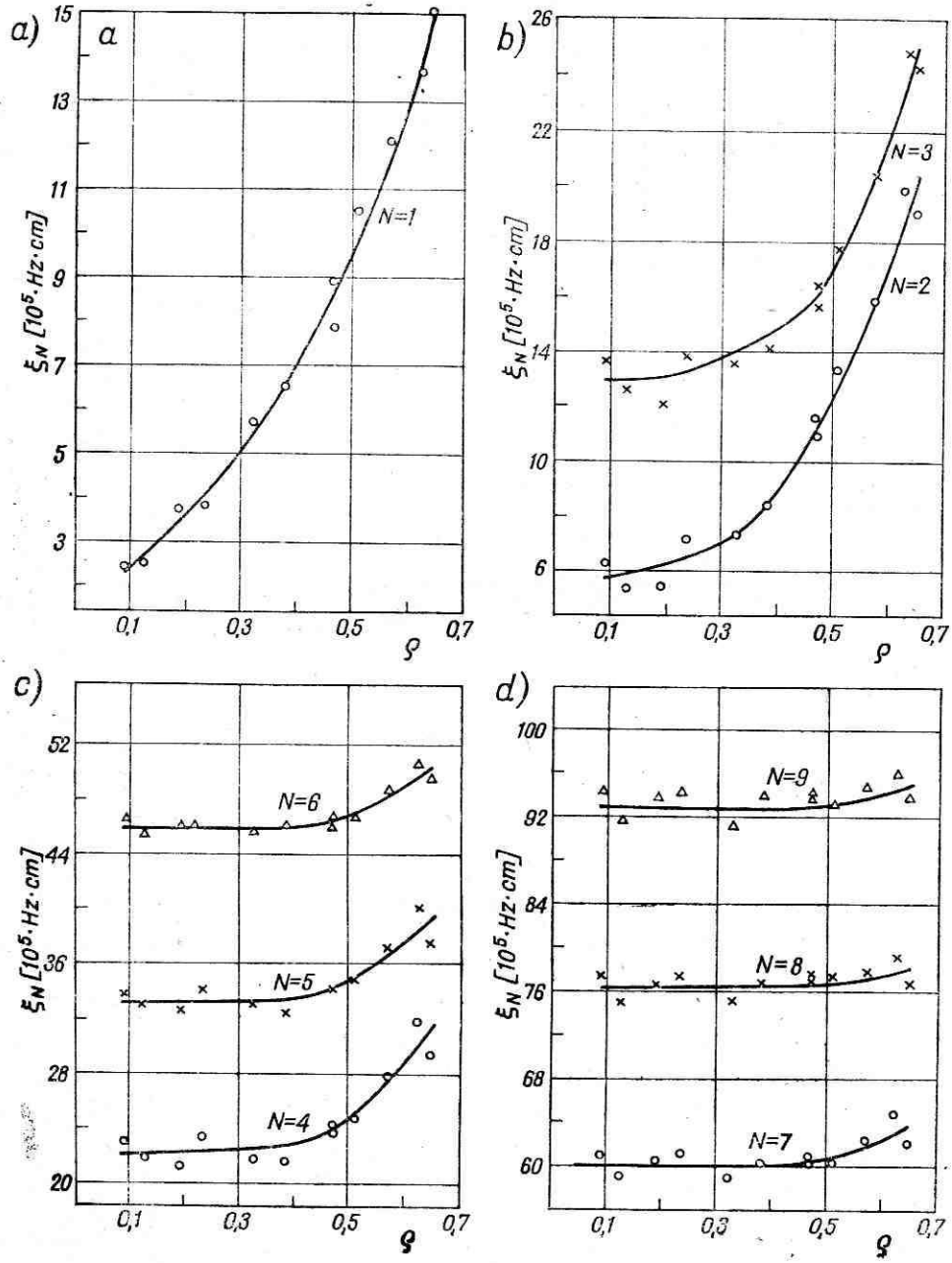


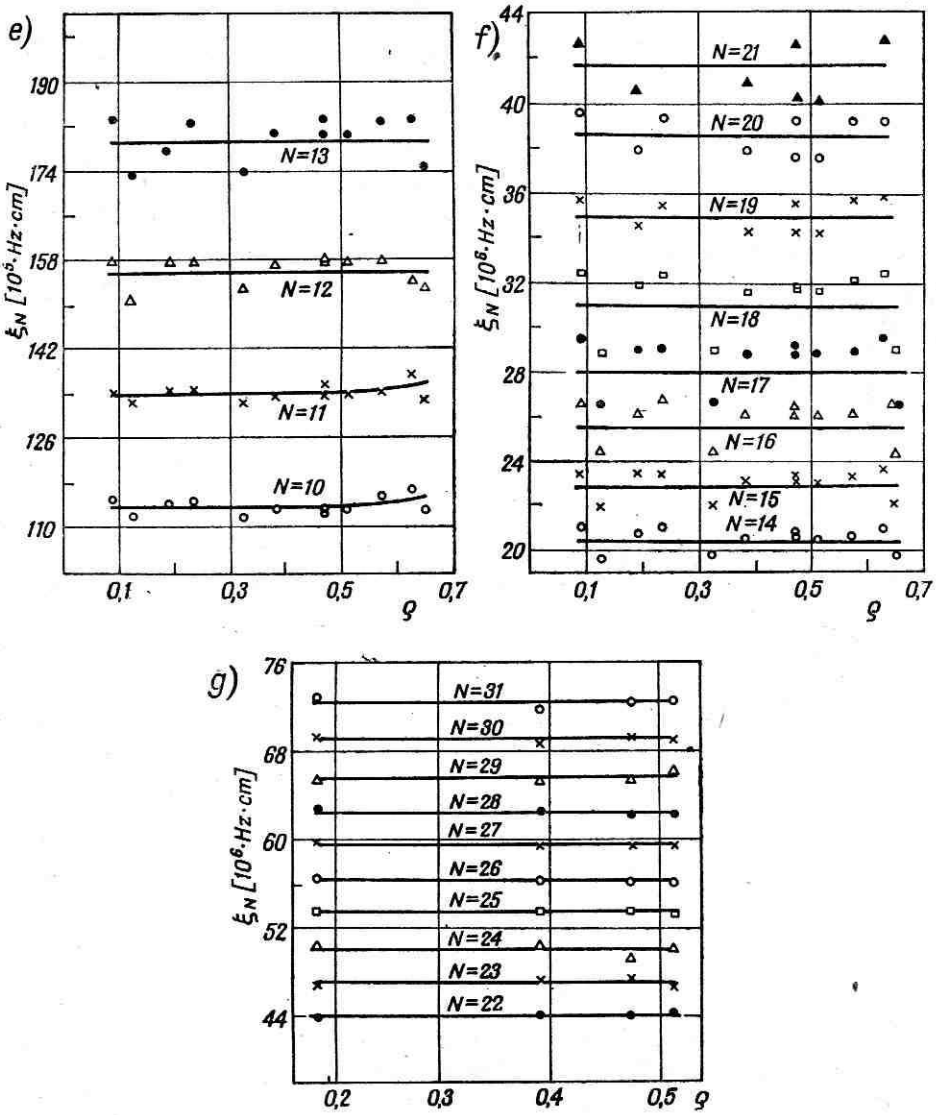
Rys. 3. Zależność statycznej częstości drgań własnych mieszanych f_{sS} od liczby węzłów N powstałej na pile fali stojącej dla $S = 1$: *1* — $\varrho = 0{,}126$, *2* — $\varrho = 0{,}237$, *3* — $\varrho = 0{,}192$ *4* — $\varrho = 0{,}0745$ (*1* - piła nr 1, *2* - piła nr 2, *3*, *4* - piła nr 3)



Rys. 4. Zależność statycznej częstości drgań własnych mieszanych f_{sS} od liczby węzłów N powstałej na pile fali stojącej dla $S = 1, 2, 3$ (piła nr 3, $\varrho = 0{,}0745$)

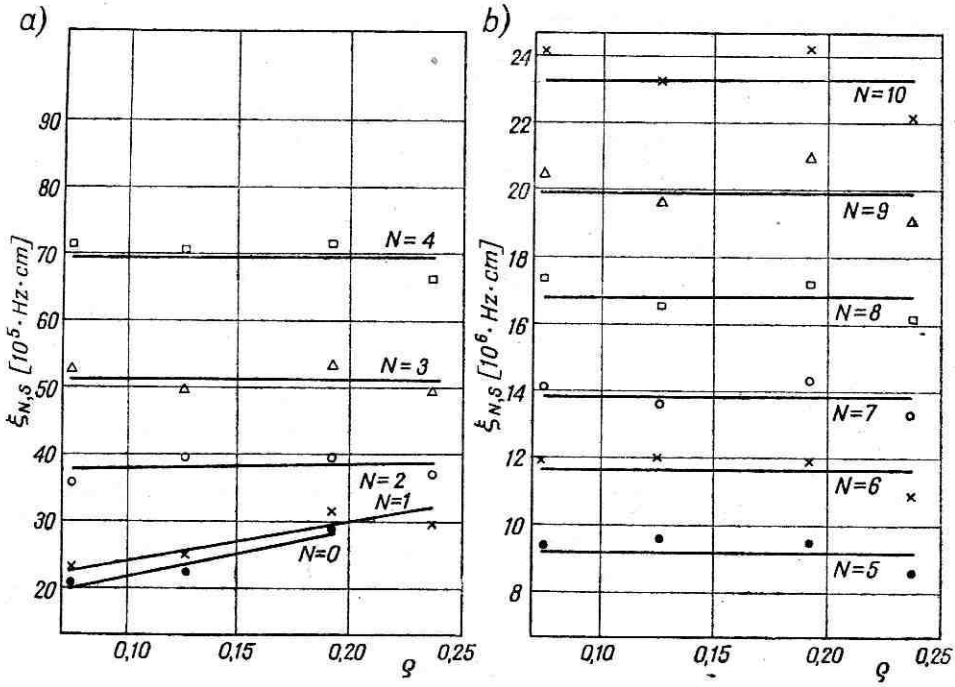
statyczne drgań własnych f_s pił tarczowych o podobnych własnościach sprężystych i naprężeniach wstępnych jak piły badane, i to zarówno dla drgań niesymetrycznych, jak i dla drgań symetrycznych oraz mieszanych.





Rys. 5. *a* ... *g*. Zależność współczynnika ξ_N od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla $N = 1 \ldots 31$

Maksymalny błąd względny dla współczynników $\xi_N(\varrho)$ i $\xi_{N,S}(\varrho)$ przedstawionych na rysunkach 5 i 6 nie powinien przekraczać 4,5%. Największym błędem względnym obarczony jest współczynnik $\xi_{N=18}(\varrho)$ (rys. 5). Obliczony [18] dla tego przypadku przedział ufności dla prawdopodobieństwa 0,99 i $\varrho = 0{,}4$ wynosi $(312{,}0 \pm 13{,}8)$ 10^5 Hz. cm, co stanowi 4,4% wartości $\xi_{N=18}(\varrho)$ odczytanego z wykresu.



Rys. 6. *a*, *b*. Zależność współczynnika $\xi_{N,S}$ od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla $S = 1$, $N = 0 \ldots 10$

Podane w niniejszej pracy wykresy i wzory mogą również być stosowane do pił ze szczelinami kompensacyjnymi, jednakże tylko dla $N = 1$ i ewentualnie dla $N = 2$.

3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ I WNIOSKI

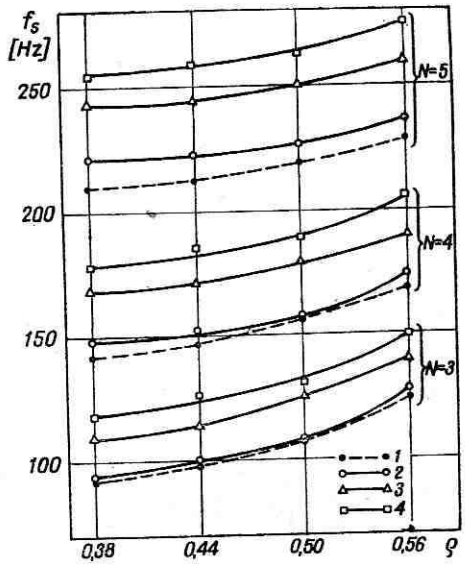
Na rysunku 7 porównano statyczne częstości drgań własnych piły f_s obliczone ze wzoru (5a) z wynikami badań doświadczalnych [52]. Maksymalna różnica nie przekracza $\pm 4{,}5\,\%$. Na rysunku 7 przedstawiono również wpływ naprężeń wewnętrznych na statystyczną częstość drgań własnych krążka na podstawie pracy [52].

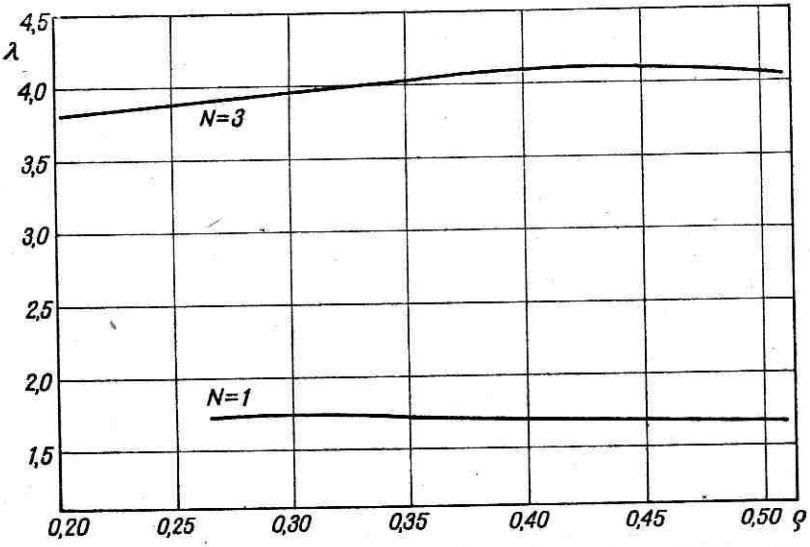
Zależność współczynnika λ od stosunku ϱ średnicy kołnierzy zaciskowych D_0 do średnicy brzeszczotu piły D dla jednowęzłowej formy drgań $N = 1$ i dla trójwęzłowej formy drgań $N = 3$ wyznaczono na podstawie wyników badań podanych w pracy [45] oraz wzoru (5a) i rysunku 5 i przedstawiono graficznie na rysunku 8.

Maksymalny błąd względny, jakim obarczony jest współczynnik λ wyznaczony z wykresów przedstawionych na rysunku 8, nie przekracza 8,5 % dla $N = 1$, $Z = 1$, $D = 400$ mm, $s = 2{,}5$ mm, $\varrho = 0{,}4$.

Łącząc wyprowadzone w pracy wzory (14a) i (14b) otrzymamy podstawowy

Rys. 7. Zależność statycznej częstości drgań własnych niesymetrycznych f_s stalowego krążka o średnicy $D = 406{,}4$ mm, grubości $s = 1{,}0414$ mm od stosunku zamocowania ϱ: *1* – według wzoru $f_s = \xi_N(\varrho)\cdot s\cdot D^{-2}$, *2* – dla krążka nie naprężonego wstępnie, *3* – dla krążka naprężonego wstępnie siłą 14,062 kG/cm² wzdłuż obwodu koła o promieniu 119,38 mm, *4* – dla krążka naprężonego wstępnie siłą 21,092 kG/cm² wzdłuż obwodu koła o promieniu 119,38 mm (*2, 3, 4* wg [52])





Rys. 8. Zależność współczynnika λ od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla $N = 1$ i $N = 3$

wzór na liczbę obrotów rezonansowych płaskich pił tarczowych, mających jednakową temperaturę we wszystkich punktach

$$n_{rN,Z} = \frac{60\cdot\xi_N(\varrho)}{\sqrt{(Z+N)-\lambda}}\cdot\frac{s}{D^2}\ \text{obr/min} \tag{14c}$$

Z wzoru (14c) za pomocą wykresów przedstawionych na rysunkach 5 i 8 oraz

danych tabeli 1 możemy obliczać obroty rezonansowe (spowodowane drganiami rezonansowymi niesymetrycznymi) pił tarczowych o podobnych własnościach sprężystych i naprężeniach wewnętrznych (wstępnych) jak piły badane.

Tabela 1

Wartość współczynnika λ według Stachijeva [40]

ϱ	λ przy N równym					
	1	2	3	4	5	6
0,20-0,32	1,20	2,25	3,80	5,60	7,45	9,55
0,40	1,75	1,95	3,40	5,15	7,20	9,35

Na rysunkach 9a i 9b przedstawiono graficzny sposób wyznaczania obrotów rezonansowych na podstawie równań (10a) i (10b) oraz wzorów (12), (9a) i (9b).

Przy obrotach rezonansowych, jak wynika ze wzoru (11b), spełniony jest warunek

$$\omega_s = (Z+N)\cdot\omega_n$$

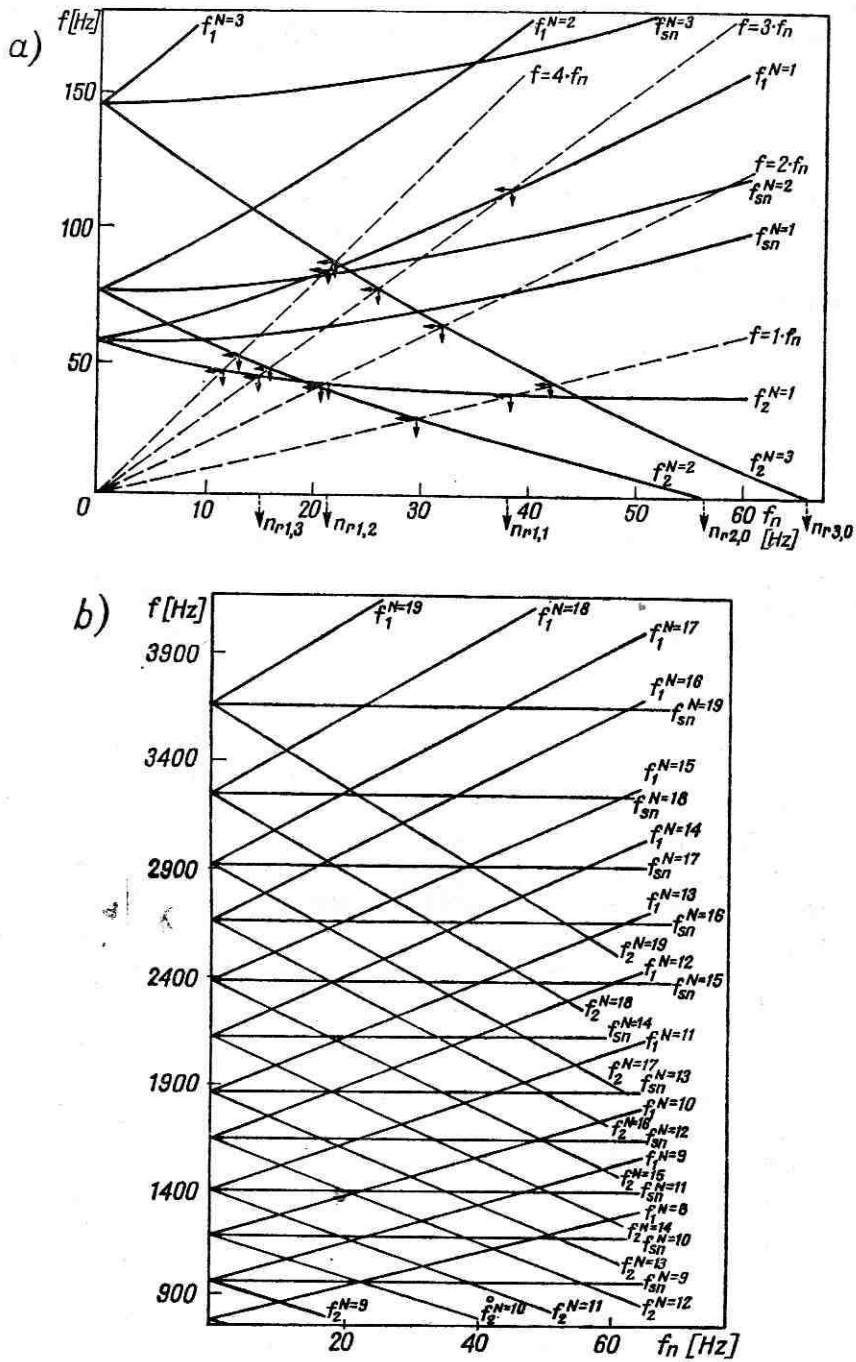
Podstawiając ostatnią zależność do wzoru (8d) otrzymamy, że przy obrotach krytycznych (dla których $Z = 0$) prędkość kątowa poruszającej się fali niesymetrycznej w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania piły jest równa zeru w układzie odniesienia sztywno związanym z Ziemią. Powstaje więc na pile fala stojąca względem obserwatora nieruchomego. Strzałki tej fali odgrywają rolę sił zginających piłę w kierunkach przeciwnych, prostopadle do płaszczyzny piły. Dlatego piła przy obrotach krytycznych, jak również i rezonansowych $N = 1$, $Z = 1$, wychyla się z położenia równowagi, traci swoją sztywność [2, 38], co ujemnie wpływa na jakość obrabianej powierzchni, a w niektórych przypadkach może spowodować uszkodzenie wirującego narzędzia.

Obliczone obroty rezonansowe ze wzoru (14c) odpowiadają drganiom rezonansowym o maksymalnej amplitudzie. W najbliższym sąsiedztwie tych obrotów, na lewo i na prawo od nich, rozciąga się pewien zakres obrotów o podwyższonej amplitudzie drgań, których nie można stosować w praktyce. Na podstawie prac [15, 45] zakres ten można ocenić jako nie większy niż $0{,}9n_{rN,Z}-1{,}1n_{rN,Z}$.

W podsumowaniu badań przedstawionych w tej części pracy wyciągnąć można następujące wnioski.

1. Najbardziej niebezpiecznym rodzajem drgań rezonansowych są drgania niesymetryczne. Mogą one powstawać przy każdym stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy piły.

2. Mniej niebezpiecznymi rodzajami drgań rezonansowych są drgania symetryczne i mieszane. Mogą one powstawać tylko wtedy, jeżeli stosunek średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły nie przekracza 0,3. Można więc wyeliminować te rodzaje drgań przez zastosowanie większych kołnierzy zaciskowych.



Rys. 9. Przykładowy diagram częstości f i obrotów rezonansowych piły tarczowej ($D = 495$ mm, $s = 2{,}56$ mm, $\varrho = 0{,}325$) wykonującej f_n obr/s: a — niskie częstości, b — wysokie częstości. Dla wysokich częstości $f_{sn} \approx f_s$

3. Drgania rezonansowe można ograniczyć, stosując piły ze szczelinami kompensacyjnymi.

II. DRGANIA WYMUSZONE I DRGANIA REZONANSOWE PRZY ZMIENNEJ TEMPERATURZE WZDŁUŻ PROMIENIA PIŁY

1. WPROWADZENIE

W procesie skrawania piłami tarczowymi wydziela się ciepło na skutek występowania sił tarcia. Część tego ciepła przejmowana jest przez otaczające powietrze i cięty materiał. Ciepło pobrane przez piłę jest przewodzone w kierunku jej osi obrotu przy jednoczesnym dalszym przejmowaniu go przez powietrze. Dlatego część przyzębna piły nagrzewa się bardziej niż część środkowa. Istnieje więc spadek temperatury wzdłuż promienia piły.

Wpływ różnych czynników na nierównomierne nagrzewanie się piły wzdłuż promienia został przedstawiony w pracach [1, 3, 7, 8, 11, 20, 21, 22, 49, 50, 56].

Nierównomierne nagrzewanie się piły wzdłuż promienia wywołuje wewnętrzne naprężenia, ściskające w części przyzębnej, rozciągające w części środkowej [9]. Wpływają one na zmianę statycznej częstości drgań własnych piły [37, 40, 48]

$$f_s' = \sqrt{f_s^2 - 4\cdot C\cdot D^{-2}\cdot \eta_N\cdot \Delta T} \tag{15}$$

gdzie

f_s' — statyczna częstość drgań własnych piły przy nierównomiernym nagrzaniu wzdłuż promienia,

f_s — statyczna częstość drgań własnych piły przy równomiernym nagrzaniu,

η_N — funkcja zależna od liczby węzłów fali niesymetrycznej powstałej na pile i od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły,

ΔT — różnica temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu piły (na obwodzie koła o średnicy D) i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych (na obwodzie koła o średnicy D_0)

C — stały współczynnik wyrażony wzorem

$$C = \frac{\alpha\cdot E}{4\cdot \pi^2\cdot d} \quad (\text{dla badanych pił } C = 82{,}28\cdot 10^3 \text{cm}^2\text{s}^{-2}\text{deg}^{-1})$$

α — współczynnik rozszerzalności liniowej stali, z jakiej wykonana jest piła ($\alpha = 12\cdot 10^{-6}\text{deg}^{-1}$).

Zmiana statycznej częstości drgań własnych piły pod wpływem nierównomiernego nagrzania powoduje zmianę jej dynamicznej częstości drgań własnych według zależności [36]

$$f_{sn}' = \sqrt{f_s^2 - 4\cdot C\cdot D^{-2}\cdot \eta_N\cdot \Delta T + \lambda\cdot f_n^2} \tag{16}$$

Ta zmiana statycznej i dynamicznej częstości drgań własnych piły powoduje zmianę jej obrotów rezonansowych według wzoru (13b)

$$n'_{rN,Z} = 60 \cdot \sqrt{\frac{f_s^2 - 4 \cdot C \cdot D^{-2} \cdot \eta_N \cdot \Delta T}{(Z+N)^2 - \lambda}} \text{ obr/min} \tag{17}$$

Zmiana statycznej i dynamicznej częstości drgań własnych piły pod wpływem nierównomiernego nagrzania powoduje również zmianę amplitudy drgań wymuszonych wybranego małego elementu piły, którą według wzoru (2) możemy przedstawić następująco

$$x'_{oN} = \frac{F_N \cdot x_N(r)}{k \cdot \sqrt{\left[1 - \left(\frac{Z \cdot f_n}{f'_{sn} \pm N \cdot f_n}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{2\pi c Z f_n}{k}\right)^2}} \tag{18}$$

Analogicznie na podstawie wzoru (4) możemy wyrazić następująco amplitudę drgań rezonansowych wybranego małego elementu piły nierównomiernie nagrzanej

$$x'_{oN} = \frac{F_N \cdot x_N(r)}{2 \cdot \pi \cdot c (f'_{sn} \pm N \cdot f_n)} \tag{19}$$

2. WYNIKI BADAŃ

Metodyka oraz wyniki badań doświadczalnych, na których podstawie sporządzono wykresy, zostały opublikowane w pracy [48]. Różnice temperatur ΔT wyznaczono z dokładnością do $\pm 2{,}5\,\%$ przy użyciu wycechowanej termopary [35]. Współczynnik η_N występujący we wszystkich wymienionych w II rozdziale pracy wzorach został przedstawiony w funkcji ϱ dla różnych N na rysunkach 10. Podane wartości współczynnika η_N odnoszą się do tych przedziałów ΔT, dla których zależność określona równaniem (15) ma charakter liniowy. Maksymalny błąd względny, jakim obarczony jest współczynnik η_N dla $N = 1$ i $\varrho = 0{,}4$, wynosi 7,2 %.

Tabela 2

Wartość obrotów rezonansowych w obr/min obliczonych przykładowo dla piły $D = 400$ mm, $s = 2{,}5$ mm, $\varrho = 0{,}4$

Forma drgań		$n_{rN,Z}$	$n'_{rN,Z}$	
N	Z	$\Delta T = 0$	$\Delta T = 25$ deg	$\Delta T = 50$ deg
1	3	1710	1820	1920
1	2	2390	2540	2690
1	1	4270	4540	4800
2	0	5840	5180	4420
3	0	6310	5390	4280
4	0	6460	5690	4790

Za pomocą rysunku 10 i wcześniej podanych wykresów służących do wyznaczania f_s i λ oraz wzoru (17) możemy obliczać obroty rezonansowe pił tarczowych zarówno nierównomiernie nagrzanych $\Delta T \neq 0$, jak i równomiernie nagrzanych $\Delta T = 0$. Wartości obrotów rezonansowych obliczonych przykładowo z wzoru (17) podane zostały w tabeli 2.

3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ I WNIOSKI

W celu uproszczenia obliczeń obrotów rezonansowych wzór (17) można zapisać w postaci

$$n'_{rN,Z} = \frac{60 \cdot f_s}{\sqrt{(Z+N)^2 - \lambda}} \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot C \cdot D^{-2} \cdot f_s^{-2} \cdot \eta_N \cdot \Delta T} \text{ obr/min} \tag{20a}$$

lub po uwzględnieniu wzoru (13b)

$$n'_{rN,Z} = n_{rN,Z} \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot C \cdot D^{-2} \cdot f_s^{-2} \cdot \eta_N \cdot \Delta T} \tag{20b}$$

gdzie

$n_{rN,Z}$ — liczba obrotów rezonansowych piły równomiernie nagrzanej (posiadającej jednakową temperaturę we wszystkich punktach),

$n'_{rN,Z}$ — liczba obrotów rezonansowych piły nierównomiernie nagrzanej wzdłuż promienia.

Wzór (20b) po uwzględnieniu wzoru (5a) daje następującą zależność

$$n'_{rN,Z} = n_{rN,Z} \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot C \left(\frac{D}{s}\right)^2 \delta_N(\varrho) \cdot \Delta T} \tag{20c}$$

gdzie

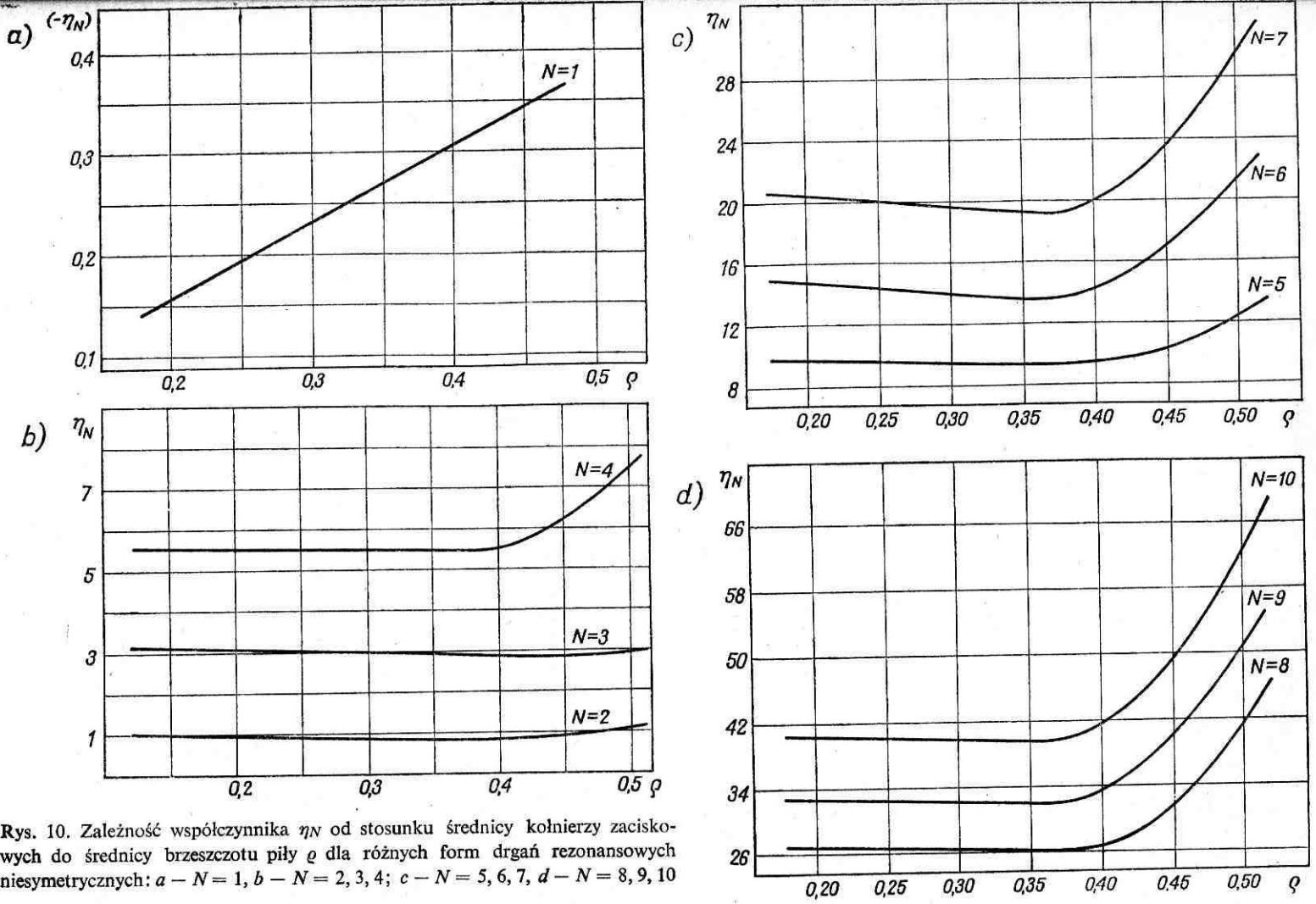
$$\delta_N(\varrho) = \frac{\eta_N}{\xi_N^2(\varrho)} \tag{21}$$

jest funkcją zależną od formy drgań, stosunku zamocowania piły i od naprężeń wewnętrznych w pile.

Wzór (20c), po wstawieniu do niego zamiast $n_{rN,Z}$ wyrażenia określonego równaniem (14a), przyjmie następującą postać

$$n'_{rN,Z} = \xi_{N,Z}(\varrho) \cdot \frac{s}{D^2} \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot C \cdot \left(\frac{D}{s}\right)^2 \cdot \delta_N(\varrho) \cdot \Delta T} \tag{22}$$

Funkcje $\xi_{N,Z}(\varrho)$ i $\delta_N(\varrho)$ określone wzorami (14b) i (21) wyznaczono na podstawie przedstawionych w pracy wyników doświadczalnych oraz wyników podanych w publikacji [40]. Funkcje te zobrazowano na rysunkach 11 i 12. Odnoszą się one tylko



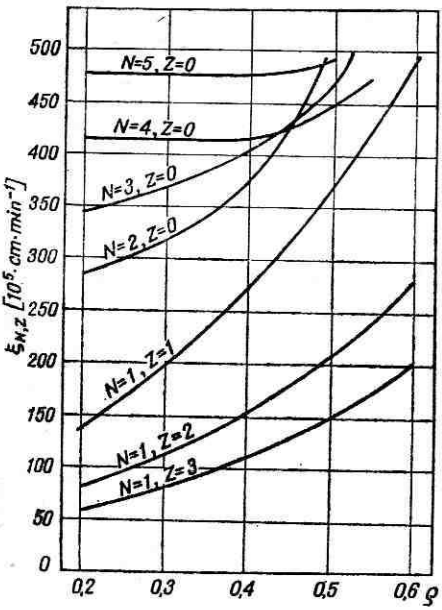
Rys. 10. Zależność współczynnika η_N od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla różnych form drgań rezonansowych niesymetrycznych: $a - N = 1$, $b - N = 2, 3, 4$; $c - N = 5, 6, 7$, $d - N = 8, 9, 10$

do tych pił tarczowych o nieznacznych naprężeniach wewnętrznych (wynikających z procesu technologicznego przy ich produkcji), które nie były poddane zabiegowi wstępnego naprężenia. To samo zastrzeżenie odnosi się również do obrotów rezonansowych obliczonych na podstawie przedstawionych wykresów.

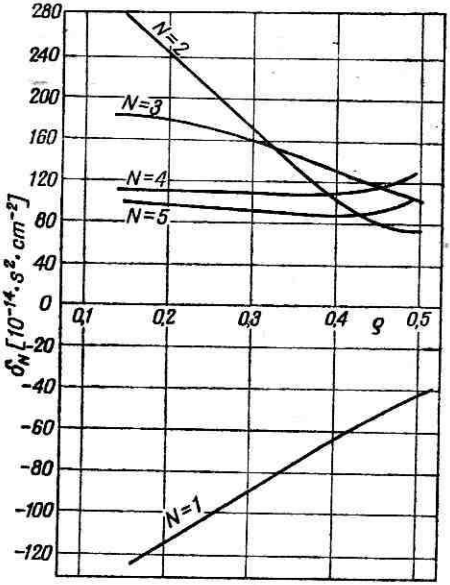
Maksymalny błąd względny, jakim obarczony jest współczynnik $\xi_{N,Z}$ odczytany z rysunku 11 dla $N = 1$, $Z = 1$, $\varrho = 0{,}4$, wynosi 7,3%.

W celu ułatwienia korzystania z wzorów (20) i (22) podano w sporządzonej na podstawie pracy [41] tabeli 3 zależności różnicy temperatur ΔT od mocy skrawania.

W tabeli 4 porównano wartości obrotów rezonansowych wyznaczonych dwiema metodami. Pierwsza metoda polegała na rejestrowaniu drgań wirującej piły podczas zwiększania jej obrotów od 0 do n. Wyniki badań podano na podstawie pracy [41]. Druga metoda — stosowana w niniejszej pracy — polegała na badaniu drgań statycznych piły ($n = 0$). Obroty rezonansowe obliczano z odpowiednich wzorów. Rozszerzenie i uogólnienie tej metody pozwoliło na wyprowadzenie zależności, z których można wyznaczać obroty rezonansowe pił, jeżeli znane są ich wymiary geometryczne, naprężenia wewnętrzne i sposób zamocowania. Występujące różnice w obrotych rezonansowych (tab. 4), chociaż są niewielkie i zawierają się w granicach błędów, mogą również wynikać z nieznacznej różnicy naprężeń wewnętrznych po-



Rys. 11. Zależność współczynnika $\xi_{N,Z}$ od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla różnych drgań rezonansowych niesymetrycznych



Rys. 12. Zależność współczynnika δ_N od stosunku średnicy kołnierzy zaciskowych do średnicy brzeszczotu piły ϱ dla różnych form drgań rezonansowych niesymetrycznych

Tabela 3

Zależność różnicy temperatur ΔT od mocy skrawania dla różnych pił [41]

Średnica piły w mm	Średnica brzeszczotu D w mm	Grubość s w mm	Stosunek zamocowania ϱ	Moc skrawania w kW przy ΔT w deg równej					
				10	15	20	25	30	35
630	589	2,5	0,306	7,7	11,6	15,4	19,3	23,1	27,0
		2,8		6,9	10,4	13,8	17,3	20,7	24,2
		3,2		6,0	9,0	12,0	15,0	18,0	21,0
710	664	2,5	0,271	4,8	7,2	9,6	12,0	14,4	16,8
		2,8		4,3	6,5	8,6	10,8	12,9	15,1
		3,2		3,7	5,6	7,4	9,3	11,1	13,0
800	748	2,5	0,241	3,0	4,5	9,0	7,5	9,0	10,5
		2,8		2,6	3,9	7,8	6,5	7,8	9,1
		3,2		2,3	3,5	7,0	5,8	6,9	8,1

Tabela 4

Porównanie wartości obrotów krytycznych obliczonych wg wzoru (22) oraz wyznaczonych w pracy [41] dla pił bez naprężeń wstępnych

Średnica piły w mm	Średnica brzeszczotu D w mm	Stosunek zamocowania ϱ	Różnica temperatur ΔT w deg	Najmniejsza liczba obrotów krytycznych ($N = 2$, $Z = 0$) w obr/min dla pił o różnych grubościach s wyrażonych w mm					
				[41]	(22)	[41]	(22)	[41]	(22)
				$s = 2{,}2$		$s = 2{,}8$		$s = 3{,}2$	
630	589	0,306	0	2038	2030	2594	2580	2965	2950
			10	1575	1580	2251	2250	2666	2650
			20	902	930	1843	1850	2333	2310
710	664	0,271	0	1540	1530	1960	1960	2241	2230
			10	1054	1000	1604	1570	1937	1910
			20	—	—	1141	1050	1576	1510
800	748	0,241	0	1139	1130	1450	1470	1657	1680
			10	513	500	1038	1040	1308	1320
			20	—	—	222	100	827	820

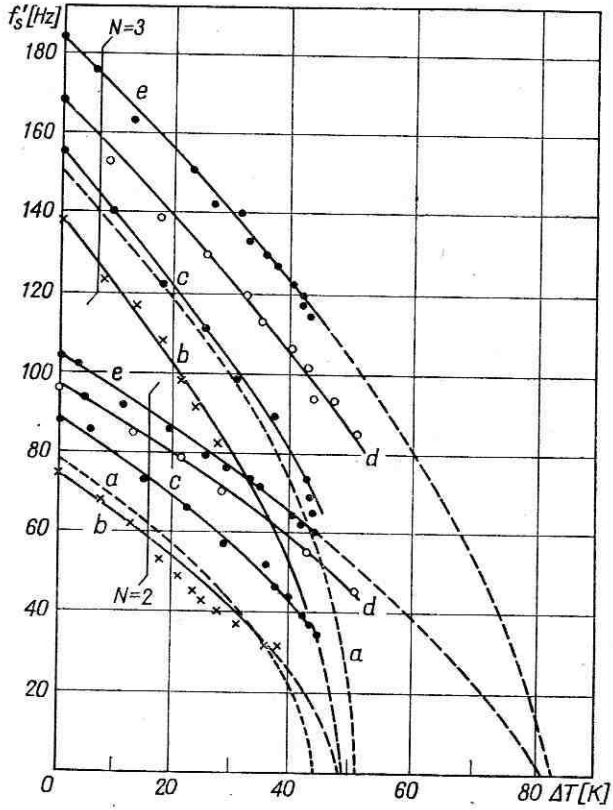
szczególnych pił. Według Stachijewa [40] stan naprężeń wewnętrznych pił można określać nie tylko przez podanie ich strzałek ugięcia, ale również za pomocą stosunku drugiej częstości drgań własnych niesymetrycznych do pierwszej częstości drgań własnych.

W odniesieniu do pił badanych w niniejszej pracy stosunek ten wynosił około 1,4 dla $\varrho = 0{,}3$.

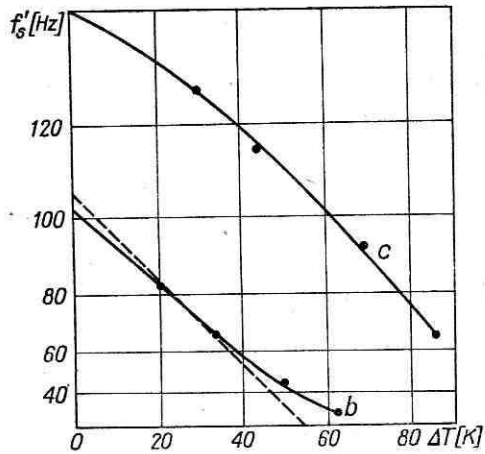
Na rysunkach 13 i 14 porównano wyniki badań eksperymentalnych nad zależnością częstości f_s' od różnicy temperatur ΔT pochodzące z prac Stachijewa, Bodaliewa i Paszkowa z wynikami teoretycznymi autora.

Na podstawie przeprowadzonych w II części pracy badań wyciągnąć można następujące wnioski.

1. Częstości drgań własnych i obroty rezonansowe jednowęzłowej formy drgań wzrastają ze wzrostem różnicy temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu



Rys. 13. Zależność statycznej częstości drgań własnych niesymetrycznych f_s' piły nierównomiernie nagrzanej wzdłuż promienia od różnicy temperatur ΔT pomiędzy zewnętrznym obwodem brzeszczotu piły i zewnętrznym obwodem kołnierzy zaciskowych dla piły o średnicy 500 mm ($D = 468$ mm), $s = 2{,}5$ mm, $\varrho = 0{,}267$. Krzywe *a* zostały obliczone ze wzoru (15) przy zastosowaniu współczynników $\xi_N(\varrho)$ i $\delta_N(\varrho)$. Pozostałe krzywe pochodzą z pracy J. M. Stachijewa *Ustojczivost i kolebanija ploskich krugłych pił*. Moskwa 1977. Krzywe *b* odnoszą się do pił nie naprężanych wstępnie, krzywe *c*, *d*, *e* odnoszą się do pił naprężanych wstępnie wzdłuż obwodów kół o promieniach wynoszących odpowiednio 0,25 $D/2$; 0,40 $D/2$; 0,80 $D/2$ dla poszczególnych pił. Wszystkie piły były naprężane do naprężeń krytycznych, dla których strzałka ugięcia mierzona wg GOST 980-69 wynosiła 1,25 mm



Rys. 14. Zależność statycznej częstości drgań własnych niesymetrycznych f_s piły nierównomiernie nagrzanej wzdłuż promienia od różnicy temperatur ΔT pomiędzy zewnętrznym obwodem brzeszczotu piły i zewnętrznym obwodem kołnierzy zaciskowych. Krzywa przerywana została obliczona ze wzoru (15) przy zastosowaniu współczynników $\xi_N(\varrho)$ i $\delta_N(\varrho)$. Krzywe *b*, *c* pochodzą z pracy W. G. Bodaliewa, W. K. Paszkowa *Wlijanije nagriewa na ustojczivost krugłych płoskich pił.* „Lesnoj Żurnał" 1974, nr 2. Krzywa *b* odnosi się do piły nie naprężanej wstępnie, krzywa *c* — do piły naprężanej wstępnie. Wszystkie krzywe odnoszą się do piły o średnicy 400 mm (D = 374 mm), s = 2,2 mm, ϱ = 0,267 i do dwuwęzłowej formy drgań N = 2. Piła wykonywała ruch obrotowy z prędkością obwodową v = 10 m/s, jednakże podjęte były środki w celu wyeliminowania naprężeń zginających i naprężeń pochodzących od odśrodkowych sił bezwładności

piły i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych. Wzrost ten, dla $N = 1$, $Z = 2$ i $N = 1$, $Z = 3$ przy małej różnicy temperatur (przy małej prędkości posuwu ciętego materiału) jest tak niewielki, że w praktyce można go nie uwzględniać. Ten wniosek jest zgodny z wynikami badań doświadczalnych nad obrotami rezonansowymi pił tarczowych przy biegu luzem i podczas cięcia opublikowanych w pracach [15, 42].

2. Częstości drgań własnych i obroty rezonansowe dla wyższych from drgań niż jednowęzłowa zmniejszają się ze wzrostem różnicy temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu piły i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych.

3. Amplituda drgań jednowęzłowej formy drgań rezonansowych nieznacznie maleje ze wzrostem różnicy temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu piły i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych.

4. Amplituda drgań wyższych form drgań rezonansowych niż jednowęzłowe wzrasta ze wzrostem różnicy temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu piły i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych.

5. Wypadkowa amplituda drgań wymuszonych wzrasta wraz ze wzrostem różnicy temperatur na zewnętrznym obwodzie brzeszczotu piły i przy zewnętrznym obwodzie kołnierzy zaciskowych. Badania doświadczalne Grubego, Saniewa, Paszkowa [11] wniosek ten potwierdzają.

6. Ponieważ naprężenia wstępne i naprężenia termiczne spowodowane spadkiem temperatury wzdłuż promienia piły jako działające przeciwstawnie kompensują się, zatem piły naprężone wstępnie podczas cięcia powinny wykazywać mniejszą amplitudę drgań niż piły nie naprężone wstępnie [23].

LITERATURA

1. Aoyama T.: The effect of feeding and cutting speed to the heat generation on saw tooth. „Journal of the Japan Wood Research Society" 1958; t. 4, nr 2.
2. Barz E.: Schwingungs- und Arbeitsverhalten von Kreissägeblättern für Holz. „Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministerimus Nordrhein — Westfalen" 1964; nr 61.
3. Bogdal J.: Studia bezstykowych metod pomiaru temperatury narzędzi do drewna. Poznań 1973 (maszynopis).
4. Breznjak M., Moen K.: On the vibration of the circular saw blade under sawing conditions. „Norsk Skogindustri" 1970; nr 9.
5. Campbell W., Schenectady N. Y.: The protection of steam turbine disk wheels from axial vibration. The American Society of Mechanical Engineers Transactions, 1924; t. 46.
(Czeremnych N. N., Czizewski M. P.: Opyt konstrukcionnogo dempfirowanija pilnych diskow s celiu sniżenija szuma. „Lesnoj Żurnał" 1971; nr 6.
7. Glijer L.: Wpływ niektórych czynników na nagrzewanie się piły tarczowej w czasie pracy. „Zeszyty Naukowe SGGW-Technologia Drewna" 1967; nr 1.
8. Grube A. E., Saniew W. I., Paszkow W. K.: K woprosu o tiempieraturnom pole diskow pił dla prodolnoj raspiłowki driewiesiny. „Lesnoj Żurnał" 1966; nr 3.
9. Grube A. E., Saniew W. I., Paszkow W. K.: Automaticzeskoje regulirowanije tiempieraturnych naprjażenij w diskowych piłach. „Dieriewoobrabatywajuszczaja Promyszlennost' " 1967; nr 8.
10. Grube A. E., Saniew W. I., Paszkow W. K.: O popieriecznych kolebanijach diskowych pił dla prodolnoj raspiłowki driewiesiny. „Lesnoj Żurnał" 1968; nr 1.
11. Grube A. E., Saniew W. I., Paszkow W. K.: Charaktier izmienienija tiempieratury po radiusu diskowych pił i wlijanije tiempieraturnogo pieriepada na ich popieriecznyje kolebanija. „Lesnoj Żurnał" 1969: nr 4.
12. Grube A. E., Saniew W. I., Paszkow W. K.: O popieriecznoj żestkosti diskowych pił w pokoje i pri wraszczenii. „Lesnoj Żurnał" 1970; nr 3.
13. Jakunin J. K., Chasdan S. M.: Ob ustojcziwosti i wibracii diskow krugłych pił pri pilenii. „Driewoobrabatywajuszczaja Promyszlennost' " 1957; nr 8 i 9.
14. Kaliski S.: Drgania i fale. PWN, Warszawa 1966.
15. Kotesovec V., Loos H. R.: Schingungen von hartmetallbestückten Kreissägeblättern. „Holztechnologie" 1964; nr 1.
16. Łapin P. L.: Opriedielenije dopustimogo czisła oborotow pilnogo diska iz usłowij procznosti i sobstwiennych czastot kolebanij. „Lesnoj Żurnał" 1959; nr 2.
17. Łapin P. I.: Skorostnoje riezanije driewiesiny. „Driewoobrabatywajuszczaja Promyszlennost' " 1954; nr 3.
18. Linnik J. W.: Metoda najmniejszych kwadratów i teoria opracowywania obserwacji. PWN, Warszawa 1962.
19. Mote C. D., Jr.: Stability of circular plates subjected to moving loads. „Journal of the Franklin Institute" 1970; t. 290 nr 4.
20. Mote C. D., Jr., Nieh L. T.: On the foundation of circular saw stability theory. „Wood and Fiber" 1973; t. 5, nr 2.

21. Okushima S., Sugihara H.: Temperature distribution of circular saw blade measurement with infrared radiometric microscope". „Journal of the Japan Wood Research Society" 1969; t. 15, nr 1.
22. Okushima S., Sugihara H., Umemoto M.: Temperature of cuttercusp in wood cutting. „Journal of the Japan Wood Research Society" 1969; t. 15, nr 9.
23. Orlicz T.: Piły. PWN, Warszawa 1970.
24. Pahlitzsch G., Meins W.: Geräuschuntersuchungen an einer Kreissägemaschine. „Arbeitsschutz" 1960; nr 1.
25. Pahlitzsch G., Meins W.: Lärmbekämpfung an Kreissägemaschinen für die Holzbearbeitung. „Kampf dem Lärm" 1962; nr 5.
26. Pahlitzsch G., Meins W.: Lärmbekämpfung an Kreissägemaschinen für die Holzbearbeitung. „Kamp dem Lärm" 1963; nr 2.
27. Pahlitzsch G., Rowinski B.: Über das Schwingungsverhalten von Kreissägeblättern. 1. Mitteilung: Bestimmung und Auswirkungen der geometrischen Form und des Vorspannungszustandes der Sägeblätter." Holz Roh-u. Werkstoff" 1966; nr 4.
28. Pahlitzsch G., Rowinski B.: Über das Schwingungsverhalten von Kreissägeblättern. 2. Mitteilung: Ermittlung und Auswirkungen der kritischen Drehzahlen und Eigenfrequenzen der Sägeblätter. „Holz Roh-u. Werkstoff" 1966; nr 8.
29. Pahlitzsch G., Rowinski B.: Über das Schingungsverhalten von Kreissägeblättern. 3. Mitteilung: Schwingungen der Sägeblätter im Schmitt und ihre Dämpfung." Holz Roh-u. Werkstoff" 1967; nr 9.
30. Pahlitzsch G., Rowinski B.: Kritische Drehzahlen von Kreissägeblättern. „Mod. Holzverarbeitung" 1966; nr 11.
31. Pahlitzsch G., Friebe E.: Ursachen diskreter Frequenzen im Leerlaufgeräuschspektrum von Kreissägeblättern. „Holz Roh-u. Werkstoff" 1971; nr 1.
32. Pahlitzsch G., Friebe E.: Über das Verhalten von Kreissägeblättern im Schnitt. 1. Mitteilung: Einfluß der Schnittbedingungen auf das Schwingungsverhalten und die Beanspruchung der Sägeblätter. „Holz Roh-u. Werkstoff" 1971; nr 4.
33. Pahlitzsch G., Friebe E.: Über das Verhalten von Kreissägeblättern im Schnitt. 2. Mitteilung: Einfluß der Schnittbedingungen auf die Güte gesägter Holzoberflächen. „Holz Roh-u. Werkstoff" 1971; nr 7.
34. Prokesz S.: Staticke rezonanci kmitocty pilovych kotoucu. „Drevo" 1973; nr 7.
35. Prowans S.: Pomiary temperatur. PWT, Katowice 1953.
36. Southwell R. V. : On the free transverse vibrations of a uniform circular disc clamped at its centre, and on the effects of rotation." Proceedings of the Royal Society of London" 1922; ser. A, t. 101, nr 709.
37. Stachijew J. M.: Tieorieticzeskoje issledowanije czastot sobstwiennych kolebanij i kriticzeskich cziseł oborotow diskowych pił. „Naucznyje Trudy CNIIMODa" 1964; nr 18.
38. Stachijew J. M.: Wlijanije diamietra zażimnych szajb na naczalnuju formu potieri ustojczi-wosti diskow dierieworieżuszczich pił. „Lesnoj Żurnał" 1969; nr 5.
39. Stachijew J. M.: O stiepieni prokowki i walcewanija płoskich diskowych pił. „Lesnoj Żurnał" 1970; nr 4.
40. Stachijew J. M.: Riezonansnyje kolebanija płoskich diskowych pił. „Lesnoj Żurnał" 1970; nr 5.
41. Stachijew J. M., Korotkowa M. Ł., Makarow W. W.: Kriticzeskije skorosti wraszczenija krugłych pił diamietrom 630-800 mm. „Mechaniczeskaja Obrabotka Driewiesiny" 1976; nr 7.
42. Strzelecki A.: Tłumienie drgań wirującej piły tarczowej w polu magnetycznym. Warszawa 1966 (maszynopis).
43. Strzelecki A.: Tłumienie w polu magnetycznym drgań wirującej piły tarczowej. „Folia Forestalia Polonica" 1970; ser. B, z. 9.

44. Strzelecki A.: Zmniejszenie hałasu pod wpływem tłumienia w polu magnetycznym drgań wirującej piły tarczowej. „Folia Forestalia Polonica" 1971; ser. B., z. 10.
45. Strzelecki A.: Resonanzschwingungen Kreissägeblättern für den Einschnitt von Holz. „Holztechnologie" 1972; nr 2.
46. Strzelecki A.: Obroty krytyczne pił tarczowych do cięcia drewna. „Zeszyty Naukowe AR w Warszawie — Technologia Drewna" 1973; nr 4.
47. Strzelecki A.: Erzwungene Schwingungen und Resonanzschwingungen von Kreissägeblättern für den Einschnitt von Holz. Mitteilung 1. „Holztechnologie" 1974; nr 3.
48. Strzelecki A.: Erzwungene Schwingungen und Resonanzschwingungen von Kreissägeblättern für den Einschnitt von Holz. Mitteilung 2. „Holztechnologie" 1974; nr 4.
49. Strzelecki A.: Erzwungene Schwingungen und Resonanzschwingungen von Kreissägeblättern für den Einschnitt von Holz Mitteilung 3. „Holztechnologie" 1975; nr 4.
50. Strzelecki A.: Vibrations of the circular saw. „Proceedings Fifth Wood Machining Seminar, University of California Fcrest Products Laboratory" 1977.
51. Szymani R., Mote C. D., Jr.: A review of residual stresses and tensioning in circular saws. „Wood Science and Technology" 1974; t. 8. nr 12.
52. Szymani R., Mote C. D., Jr.: On the application of stiffness measures for determination of the effect of initial stresses on the natural frequencies of circular discs. University of California Forest Products Laboratory." Technical Report No 2 (File Report No 35. 01. 130)" 1975.
53. Timoszenko S. P.: Kolebanija w inżeniernom diele. Moskwa 1959.
54. Tjutiekin W. W.: Izgibnyje kolebanija krugłoj uprugoj płastinki nagrużennoj w centrie. „Akusticzeskij Żurnał" 1960; t. 6, nr 3.
55. Turikow E. M., Szewczenko A. I., Paszkow W. K.: Ekspierimientalnyje issledowanija kolebanij płoskich krugłych pił. „Lesnoj Żurnał" 1973; nr 1.
56. Zajcew N. A.: Izmierienije tiempieratury na rieżuszczich kromkach diskowych pił. „Dieriewoobrabatywajuszczaja Promyszlennost' " 1968; nr 4.

Антони Стшелецки

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛОСКИХ ДИСКОВЫХ ПИЛ ДЛЯ РЕЗКИ ДЕРЕВА

Краткое содержание

Проведены лабораторные испытания по частоте свободных колебаний плоских дисковых пил при постоянной температуре и влияние разницы температур по радиусу пилы на частоту свободных колебаний пил диаметром в пределе 298-496 мм, толщиной 1,85-2,60 мм, используя зажимные фланцы с разным диаметром (35, 90, 180, 220 и 240 мм). Пилы имели незначительное внутреннее напряжение из-за технологического процесса при их производстве (не были подвергнуты предварительному напряжению).

На основе проведенных испытаний можно сделать следующие самые существенные выводы.

1. Самым опасным видом резонансных колебаний это ассимметрические колебания. Они могут появляться при каждом соотношении диаметра зажимного фланца к диаметру окружности основания зубов пилы.

2. Симметрические колебания и смешенные менее опасны. Они могут появляться только тогда, когда соотношение диаметра зажимных фланцев к диаметру окружности оснований зубов пилы не превышает 0,3. Так что можно исключить эти виды колебаний, используя большие зажимные фланцы.

3. Пилы с компенсационными швами имеют меньшую амплитуду резонансных колебаний, чем пилы без компенсационных швов.

4. Частота свободных колебаний и резонансные обороты одноузловой формы колебаний увеличиваются при росте разницы температур между окружностью оснований зубов пилы и при внешней окружности зажимных фланцев.

5. Частота свободных колебаний и резонансные обороты для высших форм колебаний, чем одноузловые уменьшаются при росте разницы температур между окружностью оснований зубов пилы и наружным контуром зажимных фланцев.

6. В связи с тем, что до настоящего времени в литературе нет достаточных данных о вынужденных колебаниях дисковых пил, целесообразным было бы провести более обширные испытания в этой области, так как в настоящей работе представлен только один из затронутых вопросов, поэтому они не могут быть исчерпывающими.

Antoni Strzelecki

FORCED VIBRATIONS AND RESONANCE VIBRATIONS OF STRAIGHT CIRCULAR SAWS FOR WOOD CUTTING

Summary

There were carried out the laboratory investigations, of the frequencies of natural vibrations of flat circular saws in a constant temperature, as well as of the influence of the temperature difference along the semidiameter of the saw upon the frequencies of natural vibrations of saws with diameter between 298 and 496 mm, thickness between 1.85 and 2.60 mm, with the application of clamp collars of various diameter (35, 90, 180, 220, and 240 mm). The saws had small internal stresses resulting from the technological process of their production (they were not subject to the operation of initial stressing).

On the basis of the research carried out the following most essential conclusions can be drawn.

1. The most dangerous type of reseonance vibration is the asymmetric vibration. They may occur in all values of the ratio between the diameter of the clamp collars and the diameter of the circle by the tooth bases of the saw.

2. Less dangerous types of resonance vibration are symmetric and mixed vibrations. They may appear only when the ratio between the diameter of clamp collars and the diameter of the circle by the bases of the teeth does not exceed 0.3. Thus we can eliminate those types of vibration by using larger clamp collars.

3. Saws with compensation gaps show a lower amplitude of resonance vibration than respective saws without compensation gaps.

4. Frequencies of natural vibrations and resonance rotations of a uninodal form of vibrations increase with the rise in the temperature difference between the circle of the saw tooth bases and the external perimeter of clamp collars.

5. The frequencies of natural vibrations and resonance rotations for higher forms of vibrations than uninodal decrease with the rise in the temperature difference between the circle of the saw tooth bases and the external perimeter of clamp collars.

6. Since there is still a lack of adequate data in literature on the forced vibration of circular saws, it seems purposeful to carry out more extensive research in this field, since in the present paper this problem was only one of mentioned issues and could not be discussed in more detail.

Praca wpłynęła do Komitetu Redakcyjnego w maju 1974 r.